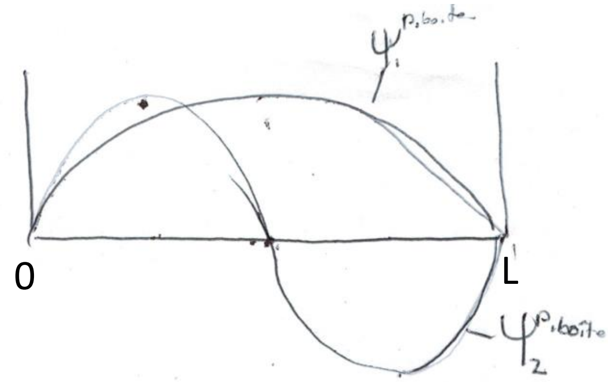
Revue : $\psi_n^{p.boîte}(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right)$

$$\psi_1(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right)$$
$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{2\pi}{L} x\right)$$
$$\psi_3(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{3\pi}{L} x\right)$$
$$\psi_4(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{4\pi}{L} x\right)$$
$$\psi_5(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{5\pi}{L} x\right)$$



$$E_n^{p.boîte} = ?$$

$$\frac{-h^2}{8\pi^2 m_e} \underbrace{\frac{d^2}{dx^2} \psi_n^{p.boite}}_{\text{déjà trouvé}} = E_n^{p.boîte} \psi_n^{p.boite}$$

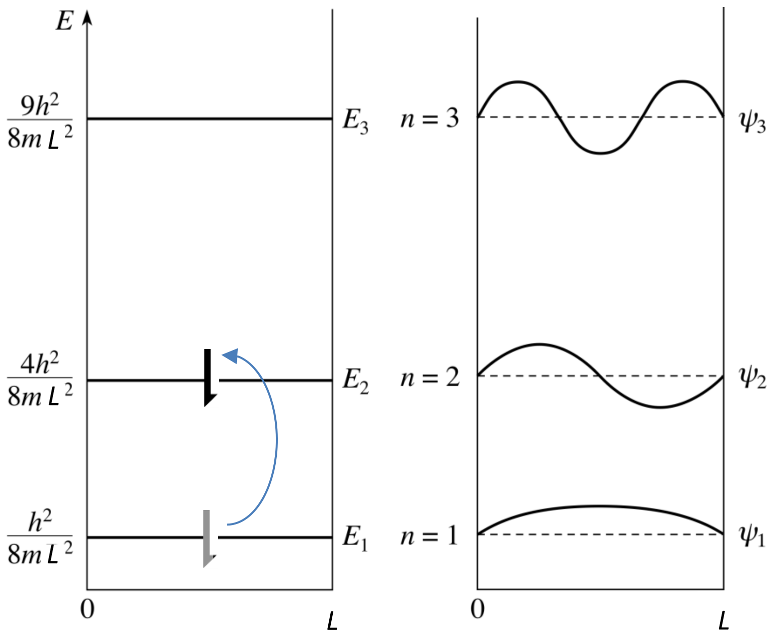
$$\cancel{-}\frac{h^2}{8\cancel{\pi^2} m_e} \left(\cancel{-} \frac{n^2 \cancel{\pi^2}}{L^2}\right) \cancel{\psi_n^{p.boite}(x)} = E_n^{p.boite} \cancel{\psi_n^{p.boite}}$$

$$E_n^{p.boîte} = \frac{h^2 n^2}{8 L^2 m_e} \longrightarrow$$

$$E_1 = \frac{1}{8} \frac{h^2}{m_e L^2}$$
$$E_2 = \frac{1}{2} \frac{h^2}{m_e L^2}$$
$$E_3 = \frac{9}{8} \frac{h^2}{m_e L^2}$$
$$E_4 = 2 \frac{h^2}{m_e L^2}$$
$$E_5 = \frac{25}{8} \frac{h^2}{m_e L^2}$$
$$\vdots$$

Exemple $1\,\bar{e}$ dans une boite $L = 10^{-9}$ m

(a) Trouvez l'énergie minimum pour une transition électronique



$$\psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right)$$

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{L}}\,\sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)$$

$$\Delta E = E_2 - E_1$$

$$= \frac{4}{8}\frac{h^2}{m_e L^2} - \frac{1}{8}\frac{h^2}{m_e L^2}$$

$$= \frac{3}{8}\,\frac{(6{,}626\times10^{-34})^2}{9{,}11\times10^{-31}\,(10^{-9})^2}\;\frac{(J\cdot s)^2}{kg\,m^2}$$

$$= 1{,}807\times10^{-19}\ J$$

$$\boxed{(ou) = 1{,}13\ eV}$$

(b) Si la transition était fait par l'absorption d'un photon, trouvez la longueur d'onde

$$\nu\lambda = c$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \qquad \frac{E}{h} = \nu$$

$$\lambda = \frac{ch}{E}$$

$$\lambda = \frac{3\times10^{8}\,\mathrm{m/s} \times 6{,}626\times10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}}{1{,}807\times10^{-19}\,\mathrm{J}}$$

$$= 1{,}1\times10^{-6}\,\mathrm{m}$$

$$= 1100\,\mathrm{nm}$$

(c) Trouver la longueur d'onde pour un photon qui était absorbé pendant la transition :

$$\Delta E = E_3 - E_1 = \left(2 - \frac{1}{8}\right)\left(\frac{h^2}{m_e L^2}\right)$$

$$= 1\tfrac{7}{8}\left(\frac{(6{,}626\times10^{-34})^2\,\mathrm{J^2\cdot s^2}}{9{,}11\times10^{-34}\,\mathrm{kg}\,(10^{-9})^2\,\mathrm{m^2}}\right)$$

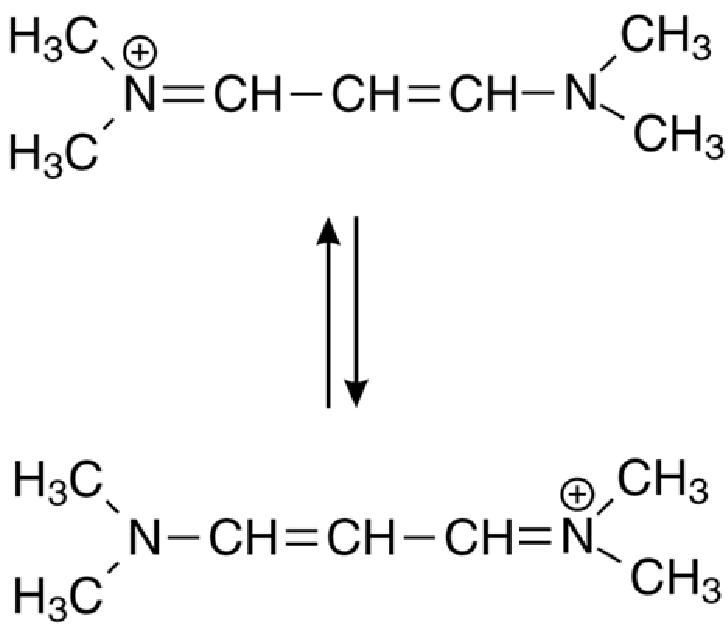
$$= 9{,}04\times10^{-19}\,\mathrm{J} \quad (\text{ou } 5{,}64\,\mathrm{eV})$$

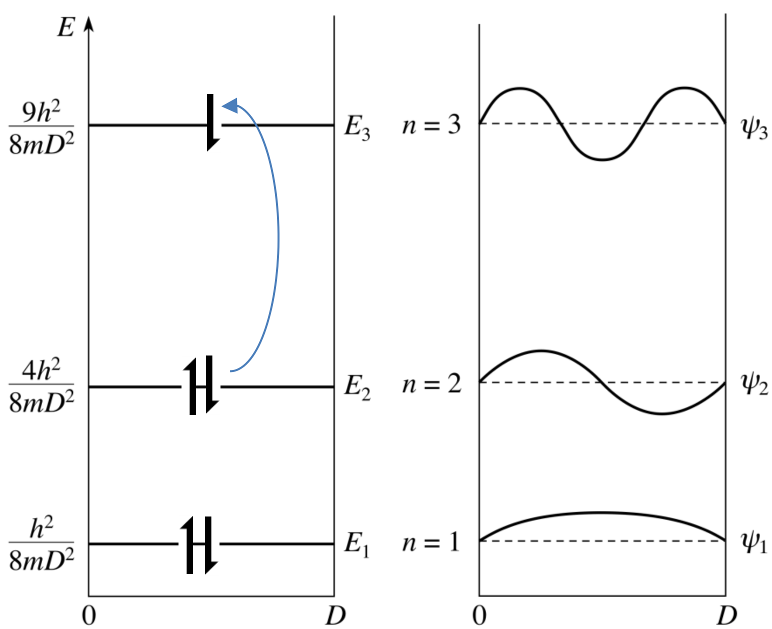
$$\lambda = \frac{ch}{E_{ph}} = \frac{3\times10^{8} \times 6{,}626\times10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}}{9{,}04\times10^{-19}\,\mathrm{J}}$$

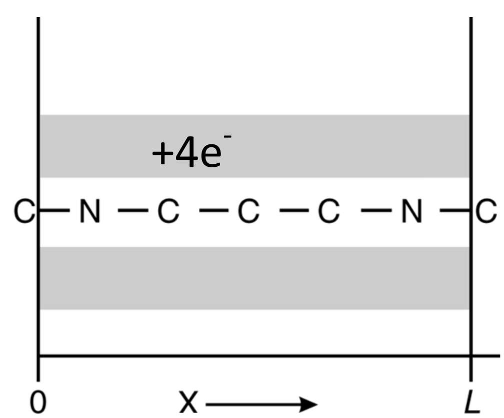
$$\lambda = 220\,\mathrm{nm}$$

Trouvez L pour cyanine (I) si la transition le moins énergétique est instiguée par un photon λ = 312 nm.

Cyanine I







$$\Delta E = E_3 - E_2 = \left(\frac{9}{8} - \frac{1}{2}\right)\frac{h^2}{m_e L^2}$$

$$E = \frac{\frac{5}{8}h^2}{m_e\ L^2}$$

$$L^2 = \frac{5/8\, h^2}{m_e E}$$

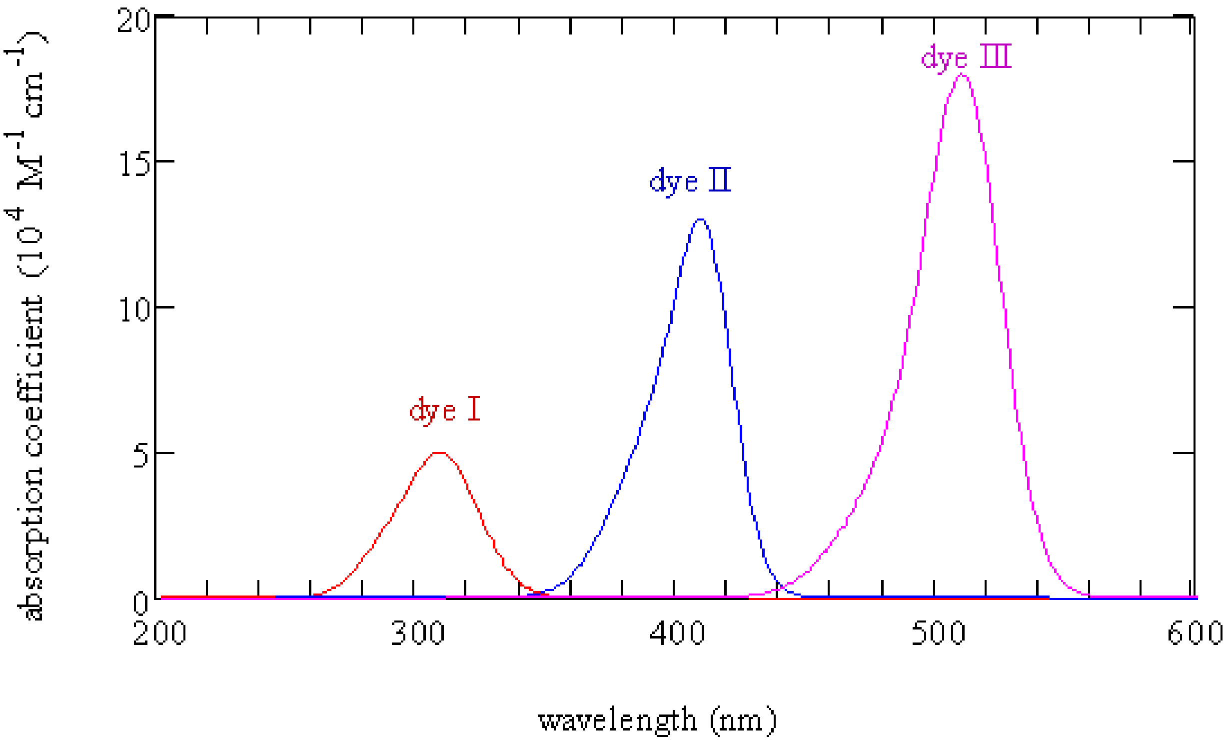
$$E = \frac{ch}{\lambda} = (6{,}37 \times 10^{-19}\ J)$$

$$L = \sqrt{\frac{5}{8}\frac{h^2}{m_e E}}$$

$$= 6{,}876 \times 10^{-10}$$

$$= 0{,}69\ nm.$$

Trouvez L pour cyanine (I) & (III) utilisant le spectre en-dessous.



Où :

Cyanine (I) = $R_2N\text{-}(CH)_3\text{-}NR_2$

Cyanine (II) = $R_2N\text{-}(CH)_5\text{-}NR_2$

Cyanine (III) = $R_2N\text{-}(CH)_7\text{-}NR_2$